



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

دورة: 2021

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 و H_3 و امرأتان F_1 و F_2 .
نعتبر الحوادث A ، B و C حيث: A "عضوا اللجنة من نفس الجنس".

B "عضوا اللجنة من جنسين مختلفين".

C "عضو في اللجنة".

1 أ. احسب $p(A)$ ، $p(B)$ احتمال A و B على الترتيب.

ب. بيّن أنّ $p(C)$ احتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$.

2 المتغير العشوائي X يرفق بكلّ إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة.

أ. برّر أنّ مجموعة قيم X هي $\{0; 1; 2\}$.

ب. عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1 الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا: $f(x) + f(-x) = 2$

2 (u_n) متتالية هندسية معرفة على \mathbb{N} بحدّها الأول 2 وأساسها $\frac{1}{3}$ ، نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

من أجل كل عدد طبيعي n عبارة S_n هي: $3 - \frac{1}{3^{n+1}}$

3 الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ ب: $g(x) = x + \ln(e^x + 1)$

تمثيلها البياني (C) في المستوي المنسوب إلى معلم يقبل مستقيما مقاربا مائلا $y = 2x$ معادلة له.

4 الدالة العددية h المعرفة على \mathbb{R} ب: $h(x) = e^{3x} + \frac{1}{3}$ هي حلّ للمعادلة التفاضلية $y' - 3y = 1$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على \mathbb{N} ب: $u_n = -4n + 3$

(1) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها r وحدّها الأول u_0 .

(2) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ. بين أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = -2n^2 + n + 3$

ب. عيّن قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n = -30132$

(3) المتتالية العددية (v_n) حدودها موجبة تماما و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n = \ln(v_n)$

أ. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

ب. بين أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها e^{-4} .

(4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S'_n = \ln[v_0(1 - \frac{1}{2})] + \ln[v_1(1 - \frac{1}{3})] + \dots + \ln[v_n(1 - \frac{1}{n+2})]$

احسب S'_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

(1) بين أنّ الدالة g متزايدة تماما على \mathbb{R} .

(2) أ. بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقّق: $0,7 < \alpha < 0,8$

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية f معرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ ب: $f(x) = 2x - 1 + \ln\left(1 + \frac{1-x}{x^2}\right)$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ. بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ثم فيسر النتيجة هندسيا.

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أ. بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 - x + 1)}$

ب. استنتج أنّ f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty; 0[$ و $]\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0; \alpha]$.

ج. شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(3) بين أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

(4) بين أنّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة 2 ثم اكتب معادلة له.

(5) بين أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تُحقّق: $-0,5 < \beta < -0,4$

(6) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى (C) . (نأخذ: $f(\alpha) \approx 0,87$)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، مكتوب على كل منها سؤال واحد، منها ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ: 1، 2 و 3، أربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ: 1، 2، 3 و 4 وسؤالين في التحليل مرقمين بـ: 1 و 2 نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:
- A "سحب سؤال في الهندسة"، B "سحب سؤال في التحليل" و C "سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا".
- (1) احسب $p(A)$ ، $p(B)$ و $P(C)$ احتمال الحوادث A، B و C على الترتيب.
 - (2) احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1.
 - (3) المتغير العشوائي X يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها.
 - أ. برّر أنّ مجموعة قيم X هي $\{1; 2; 3; 4\}$.
 - ب. عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضياتي.
 - ج. استنتج قيمة $E(2021X + 1442)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التعليل.

- (1) لتكن (u_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N} بحدّها الأول 1 و أساسها 2
 - أ) $e^{n(n+1)}$ (ب) $e^{(n+1)^2}$ (ج) $e^{-n(n+1)}$
 - ب) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = e^{u_0} \times e^{u_1} \times \dots \times e^{u_n}$. عبارة P_n هي:
- (2) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$. من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا:
 - أ) $f(-2-x) = f(x)$ (ب) $f(2-x) = f(x)$ (ج) $f(-x) = f(x)$
- (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x+1) - \ln(x+2)]$ تساوي:
 - أ) 1 (ب) $+\infty$ (ج) 0
- (4) (w_n) متتالية هندسية معرفة على \mathbb{N} حدودها موجبة تماما وأساسها عدد حقيقي q موجب تماما و يختلف عن 1
 - نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n = \ln w_n$
 - (v_n) هي متتالية:
 - أ) هندسية. (ب) حسابية. (ج) لا حسابية و لا هندسية.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول $u_0 = 0$ حيث: $u_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{8}(u_n + 5)$
- (1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n < 3$
 - (2) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة.

(3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 3(3 - u_n)$

أ. احسب v_0 ثم بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$.

ب. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$

ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

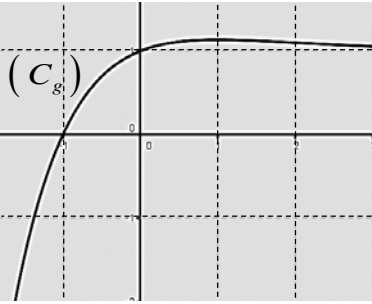
(4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = (3 - u_0) \times (3 - u_1) \times \dots \times (3 - u_n)$

احسب P_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرّفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + xe^{-x-1}$ ، تمثيلها (C_g)

البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الشكل المقابل)



(1) احسب $g(-1)$

(2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية f معرّفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - (x+1)e^{-x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم: $f(x) = x[1 - (1 + \frac{1}{x})e^{-x-1}]$

ثمّ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على $[-1; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty; -1]$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(3) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثمّ فسّر النّتيجة هندسيا.

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$

ج. بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يُطلب كتابة معادلة له.

(4) أ. بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β

حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$ و $-1,9 < \beta < -1,8$

ب. ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثمّ ارسم المنحنى (C_f) على المجال $]-2; +\infty[$.

(5) الدالة العددية h معرّفة على المجال $[-2; 2]$ بـ: $h(x) = -|x| + (|x| - 1)e^{|x|-1}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[-2; 0]$: $h(x) = f(x)$

ج. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثمّ ارسمه.