



دورة: 2021

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

ليكن  $a$  و  $b$  عددين طبيعيين حيث:  $a = 2926$  و  $b = 1715$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين  $a$  و  $b$  على العدد 13

(2) أ . بيّن أنّ:  $b + 1 \equiv 0 [13]$  ثمّ استنتج أنّ:  $b \equiv -1 [13]$

ب. بيّن أنّ العدد  $a^{1442} + b^{2021}$  يقبل القسمة على 13

(3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ :  $A_n = 27^n + 1$

أ . تحقّق أنّ:  $27 \equiv 1 [13]$  ثمّ استنتج أنّ:  $A_n \equiv 2 [13]$

ب. عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يكون:  $A_n + n + 11 \equiv 0 [13]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية العددية  $(u_n)$  هندسية حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل  $u_0$  وأساسها  $q$

حيث:  $u_0 = 3$  و  $u_1 \times u_3 = 144$

(1) احسب  $u_2$  ثمّ بيّن أنّ:  $q = 2$

(2) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 3 \times 2^n$

(3) بيّن أنّ المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما.

(4) عيّن قيمة الحدّ الخامس للمتتالية  $(u_n)$

(5) من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ . بيّن أنّ:  $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$

ب. عيّن العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون:  $S_n = 381$  (لاحظ أنّ:  $2^7 = 128$ )

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = 3x(x+2)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $f'(x)$

ج. استنتج أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على كل من  $]-\infty; -2]$  و  $[0; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[-2; 0]$

(3) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$

(4) أ. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

ب. استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

(5) بين أن:  $y = -3x - 5$  معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة  $I(-1; -2)$

(6) أ. احسب  $f(-3)$  ،  $f(-2)$  ،  $f(0)$  و  $f(1)$

ب. ارسم المماس (T) ثمّ المنحنى (C)

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

لنكن الأعداد الطبيعية  $a$  ،  $b$  و  $c$  حيث:  $a=2021$  ،  $b=1442$  و  $c=1954$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين  $a$  و  $c$  على 3

(2) بيّن أنّ العددين  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 3

(3) أ . بيّن أنّ العدد  $a+b-c$  يقبل القسمة على 3

ب. استنتج الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يكون:  $[3]n + a + b - c \equiv 0$

(4) عيّن باقي قسمة العدد  $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021}$  على 3

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتاليتان العدديتان  $(u_n)$  و  $(v_n)$  معرفتان على  $\mathbb{N}$  ب:  $u_n = 3 \times 4^n$  و  $v_n = 3n + 2$

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

(1) الحدّ الخامس للمتتالية  $(u_n)$  يساوي:

أ) 3072 (ب) 768 (ج) 12288

(2)  $(v_n)$  هي متتالية:

أ) حسابية. (ب) هندسية. (ج) لا حسابية ولا هندسية.

(3)  $(u_n)$  هي متتالية :

أ) متناقصة تماما. (ب) غير رتيبة. (ج) متزايدة تماما.

(4) المجموع:  $v_0 + v_1 + \dots + v_{35}$  يساوي:

أ) 3815 (ب) 1962 (ج) 1890

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

و  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $g'(x) = 3(x-3)(x-1)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g'(x)$



(3) استنتج أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على كل من  $]-\infty; 1]$  و  $[3; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[1; 3]$

(4) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $g$

(5) أ . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $g(x) = x(x-3)^2$

ب. استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل.

(6) بيّن أن:  $y = -3x + 8$  معادلة لـ  $(T)$  المماس لـ  $(C)$  عند النقطة  $A(2; 2)$

(7) أ . احسب  $g(0)$  و  $g(4)$

ب. ارسم المماس  $(T)$  و المنحنى  $(C)$